

SCUDEM 2019 - B - Investigácia možnej metodiky pristávania v mikrogravitačnom režime

Daniel Herman, Štěpán Pilař, Daniel Rod

Coach: RNDr. Karel Tůma, Ph.D.
Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta

9. Listopad 2019



1 Úvod

V posledních letech se vědci snaží se sondami přistát nejen na jiných planetách, ale i na asteroidech a kometách. V roce 2014 se pokusila sonda Philae přistát na kometu 67P/Churyumov-Gerasimenko. Bohužel však dopadla vedle terénní nerovnosti, která zamezovala přístupu signálu ze sondy Rosetta zajišťující přenos dat na Zemi. Úspěšnější už byl pokus z února roku 2019, kdy se japonské sondě Hayabusa 2 podařilo úspěšně přistát na asteroidu Ryugu. K tomu bylo potřeba překonat překážky spojené s pohybem a přistání sondy při působení mikrogravitace. To je i obsahem této úlohy, kterou jsme si vybrali.

Jednou z překážek při přistání je, že gravitace zde není dostatečně silná, aby "připoutala" sondu k povrchu asteroidu. Je tedy potřeba v modelu počítat s tím, že sonda se od povrchu asteroidu několikrát odrazí, než skutečně přistane.

Uvažujeme, že naše sonda při každém odskoku dokáže disipovat část energie. Také uvažujeme sondu, která má integrovaný navigační systém a gyroskop, který jí dovoluje vždy přistát těmito přistávacími nohami napřed.

2 Model

2.1 Asteroidy

Protože je potřeba uvažovat obecnější třídu asteroidů, než sféricky nebo axiálně symetrické, využili jsme metodu skladania gaussovských funkcí [1] na body rozložené na povrchu triaxiálního elipsoidu, tímto je povrch transformovaný. Na upravený povrch pokládáme pomocí triangulace mnohostěn. Volné parametry tohoto modelu pak jsou osy elipsoidu, počet gaussovských funkcí nabalených na povrch, střední rozptyl gaussovských funkcí (který je pro každou nabalovanou funkci vybrán zo zvoleného intervalu) a amplituda. Příklad takto vygenerovaného asteroidu je na obrázku 1.

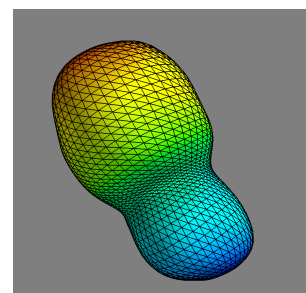


Figure 1: Vygenerovaný asteroid.

2.2 Gravitační působení

Pro model gravitační interakce asteroid aproximujeme trojosým elipsoidem, jehož potenciál lze aproximovat rozkladem do sférických harmonik [2] jako

$$U(r, \theta, \phi) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{l=1}^n \sum_{m=0}^l \left(\frac{R_0}{r} \right)^l P_{lm}(\sin\phi) [C_{lm} \cos(m\theta) + S_{lm} \sin(m\theta)] \right]. \quad (1)$$

Práce [2] uvádí vztahy pro koeficienty C_{lm} až do čtvrtého řádu rozvoje, koeficienty S_{lm} jsou v tomto případě nulové. Výpočet intenzity $E^i = -\frac{\partial U}{\partial x^i}$ je pak triviální. Pro volný pohyb sondy pak platí soustava obyčejných diferenciálních rovnic

$$\ddot{x}^i = E^i \quad (2)$$

kde i značí kartézskou složku. Tyto rovnice platí vždy mimo kolize, které řešíme separátně. Tento model silového působení zanedbává vedlejší vlivy, vzniklé například dalšími tělesy v okolí. Zavedením perturbačního členu by šla tato interakce přidat, v našem modelu jí ale nebudeme uvažovat.

2.3 Newtonův model srážek

Pro modelování srážky sondy s asteroidem jsme použili Newtonův model srážek. Tento je nejjednodušší model kolize těles, dobu srážky neuvažujeme a předpokládáme pouze ztlumení rychlosti. Jedná se o limitu Kelvin-Voigtova modelu [3] který je pro tento problém příliš robustní. Při rychlostech které sonda dosahuje vůči aseroidu (řádově desetny ms^{-1}) nebude docházet k výrazným deformacím (vzhledem k předpokládaným materiálovým konstantám) a doba srážky bude vůči zkoumané době celkového pohybu zanedbatelná. Newtonův model má pouze jeden volný parametr, a to tzv. recovery parametr μ , který udává míru ztráty rychlosti (a tedy ztráty energie). Přičom ak $\mu = 1$ tak sa jedná o dokonale elastickú zrážku.

Pro numerické řešení srážek jsme využili generalizaci Newtonovy metody pro třídimenziální pohyb tělesa jsme přidali momentové působení na sondu. Zavedením P operátoru [4], který je generován bilineární formou kinetické energie (resp. její maticí) a maticí s jádrem ve vazbě můžeme elegantně popsat změny složek rychlostí v^- před a v^+ po dopadu jako

$$v^+ = (I - (1 + \mu)P)v^- \quad (3)$$

Pro jednotlivé složky (v ortonormální bázi s \vec{e}_3 ve směru normály na plochu dopadu) dostáváme rovnice

$$v_1^+ = \frac{mr^2 - \mu J}{J'} v_1^- + \frac{Jr(1 + \mu)}{J'} \omega_2^- \quad (4)$$

$$v_2^+ = \frac{mr^2 - \mu J}{J'} v_2^- - \frac{Jr(1 + \mu)}{J'} \omega_1^- \quad (5)$$

$$v_3^+ = -\mu v_3^- \quad (6)$$

$$\omega_1^+ = -\frac{rm(1 + \mu)}{J'} v_2^- + \frac{J - \mu mr^2}{J'} \omega_1^- \quad (7)$$

$$\omega_2^+ = \frac{rm(1 + \mu)}{J'} v_1^- + \frac{J - \mu mr^2}{J'} \omega_2^- \quad (8)$$

$$\omega_3^+ = \omega_3^-, \quad (9)$$

přičom J je moment zotrvačnosti sondy a $J' = J + mr^2$.

Dále jsme v průběhu letu tlumili úhlové rychlosti ω^i , což odpovídá působení gyroskopu v sonde. Náš model sondy nemá žádnou preferovanou osu (jako zjednodušení používáme sféricky symetrické těleso), nepotřebujeme tedy srovnávat úhlové složky. V případě zobecnění na nesymetrické těleso by bylo po každém odrazu potřeba vyrovnat natočení sondy a odrazilo by se to na čase který těleso musí strávit v režimu volného pádu.

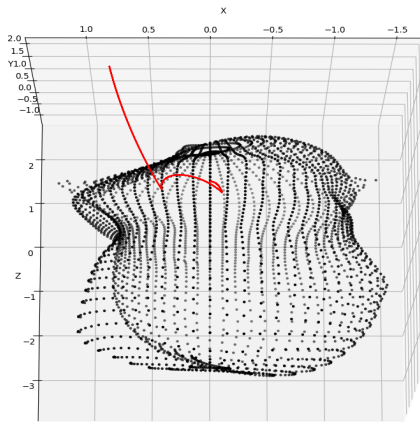
2.4 Numerické řešení a prostor parametrů

Integrací rovnice (2) s transformací rychlostí (4)-(9) při srážkách jsme prozkoumávali přistání sond na generované asteroidy. Hmotnost asteroidu předpokládáme v lineárně závislou na objemu (bereme v potaz jen asteroidy s podobnou hustotou). Simulaciami dostáváme kvalitativný popis pristátia sondy, byly prováděny za změny os podkladového rotačního elipsoidu. Jako integrační metoda byla zvolena Eulerova metoda s jemným krokem, kvůli omezení detekce kolizí. Pro časovou náročnost simulací jsme neprovedli dostatečné množství behov, aby jsme mohli nahlédnout do závislosti úspěšnosti přistání (tedy ustálení v dostatečném počtu skoků). Pozorujeme větší úspěšnost přistání na menších asteroidech, které mají menší pravděpodobnost výskytu patologických tvarů (např. velmi strmých ploch).

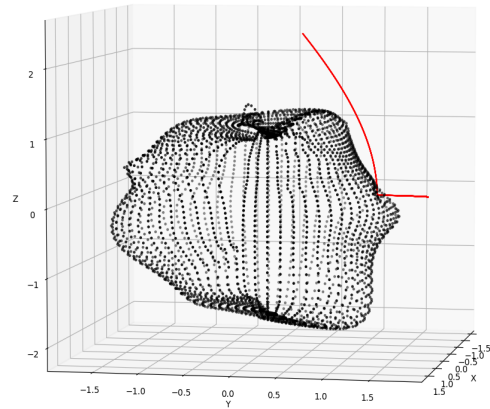
Velikost asteroidů ale můžeme omezit i zdola, díky tzv. spinové bariéře [5]. Experimentálně pozorujeme, že asteroidy s poloměrem menším než 100m vykazují mnohem rychlejší rotaci a jsou tak nevhodné k přistání. Větší asteroidy jsou omezeny spinovou bariérou a provádí rotaci maximálně v řádu hodin na otočku kolem osy. Dalším parametrem hrajícím roli v přistání je recovery koeficient μ . U něj požadujeme aby byl co nejvyšší, potřebujeme materiál který je schopný disipovat co nejvíce energie. Zároveň se hodnota tohoto koeficientu odráží v materiálových vlastnostech povrchu asteroidu. Další parametry našeho modelu, které jsme nezkoumali, jsou parametry generování asteroidů.

3 Závěr

Simulacemi se nám pouze podařilo kvalitativně popsat přistání sondy na asteroidu, dochází k několika odrazům v závislost na recovery koeficientu a profilu asteroidu, při kontaktu s převisy a podobně patologickými plochami je vysoká pravděpodobnost neúspěšného přistátia.



(a) Přistání sondy na asteoidu



(b) Patologický případ

Figure 2: Ukázka výsledku simulace.

References

- [1] K. Muinonen. “Introducing the Gaussian shape hypothesis for asteroids and comets”. In: 332 (Apr. 1998), pp. 1087–1098.
- [2] Keping Liu et al. “Finite-Time Spacecraft’s Soft Landing on Asteroids Using PD and Nonsingular Terminal Sliding Mode Control”. In: *Mathematical Problems in Engineering* 2015 (2015), pp. 1–10. DOI: 10.1155/2015/510618. URL: <https://doi.org/10.1155/2015/510618>.
- [3] V. Kozlov and D. Treshchev. *Billiards: A Genetic Introduction to the Dynamics of Systems with Impacts*. American Mathematical Society, Aug. 1991. DOI: 10.1090/mmono/089. URL: <https://doi.org/10.1090/mmono/089>.
- [4] Dmitry Treschev and Oleg Zubelevich. “On Collisions in Nonholonomic systems”. In: (June 2012).
- [5] Petr Pravec, A. Harris, and Brian Warner. “NEA rotations and binaries”. In: *Proceedings of The International Astronomical Union* 236 (Feb. 2007), pp. 167–176. DOI: 10.1017/S1743921307003201.